

2015

Problèmes proposés aux écoles



GROUPE ÉCOLE PRIMAIRE
I R E S DE TOULOUSE
Université Paul Sabatier
Février 2015



Semaine des mathématiques 2015
Problèmes choisis par l'IRES de Toulouse



Sommaire



Semaine des mathématiques 2015
Problèmes choisis par l'IRES de Toulouse



I. Présentation

L'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) est devenu en 2014 l'IRES (Institut de Recherche pour l'Enseignement des Sciences).

« La mission principale de l'IRES est de concevoir et mettre en œuvre des projets de recherche-action-formation dans l'enseignement des sciences : réfléchir aux notions à enseigner, concevoir, développer, évaluer et mettre en œuvre de nouvelles pratiques pédagogiques.

L'IRES participe à la formation continue des enseignants, favorise leur développement professionnel et l'innovation pédagogique. Les actions de l'IRES s'inscrivent le plus souvent dans la durée notamment à travers des rencontres périodiques organisées entre enseignants tous niveaux confondus.

L'IRES participe à des manifestations contribuant à la diffusion de la culture scientifique.

Les actions de l'IRES sont menées en collaboration et coordination avec les autres structures impliquées dans la recherche, formation et la diffusion de la culture scientifique aux niveaux local, national et international. »

En complément du guide académique de l'édition 2015, le groupe « École primaire » de l'IRES de Toulouse constitué de professeurs des écoles et de formateurs de l'ÉSPÉ Toulouse Midi-Pyrénées propose les problèmes et situations suivantes pour la semaine des mathématiques 2015[1] (et au-delà !), avec un problème à choisir par jour autour du thème « ***Les mathématiques nous transportent*** ».

Ce document propose un descriptif des problèmes avec éventuellement une analyse.

Les problèmes sont numérotés par des lettres pour chaque cycle, suivi de 1 pour cycle1, de 2 pour cycle 2 et de 3 pour cycle 3.

Remerciements

Les membres du groupe « École primaire » de l'IRES de Toulouse tiennent à remercier tous les auteurs cités dans cet ouvrage qui nous ont autorisé à reproduire des extraits de leurs travaux.

[1] http://www.education.gouv.fr/cid59384/la-semaine-des-mathematiques.html
http://eduscol.education.fr/cid59178/semaine-des-mathematiques.html

II. Problèmes cycle 1

A. *Problème A1 : Orientation d'un trajet en PS*

L'activité a pour but de rendre les enfants conscients du fait que parcourir un même chemin dans un sens peut ne pas être équivalent à le parcourir dans l'autre sens. Cela permet au maître d'orienter le chemin et de poser des conventions qui vont devenir une référence pour tous pour orienter d'autres lignes ou listes.

Origine : Claude Maurin (IUFM Aix-Marseille, séminaire national Copirelem Pau 2002)

Descriptif complet

Une corde est déroulée sur le sol figurant un chemin arrondi dont les deux extrémités sont assez proches l'une de l'autre. Sur le bord du chemin sont déposés deux groupes de petits objets (cubes et jetons) et un peu plus loin un panier.

La maîtresse demande aux enfants ce que représente la corde déroulée sur le sol, plusieurs d'entre eux évoquent l'idée d'un chemin qui est reprise par la maîtresse.

Celle-ci raconte alors une petite histoire en disant qu'elle s'est promenée sur un chemin tellement étroit qu'on ne pouvait pas revenir en arrière et qu'elle a ramené de sa promenade, dans un panier qu'elle avait trouvé au bord du chemin, tout plein de fleurs comme ça (elle montre les jetons de couleur) et tout plein de pierres précieuses comme ça (elle montre les cubes). Elle demande aux élèves s'ils se sentent capables de faire comme la maîtresse.

Un premier enfant est sollicité, il s'engage sur le chemin, rencontre le tas de « pierres précieuses qu'il a du mal à prendre en mains, après plusieurs tentatives il en abandonne une grande partie avant de se retrouver devant le « tas de fleurs » dont il ne peut pratiquement pas se saisir, quand il rencontre le panier il y dépose les quelques «pierres précieuses» et «fleurs» qu'il tient dans ses mains avant d'achever son parcours.

La maîtresse analyse son aventure avec les autres élèves témoins de son trajet. Elle demande s'il est possible de faire autrement, en rappelant qu'elle avait réussi à mettre toutes les fleurs et toutes les pierres précieuses dans le panier. Un enfant propose diverses manœuvres que la maîtresse refuse car il s'agit de faire plusieurs allers-retours vers le panier et on ne peut pas revenir en arrière sur ce chemin.

La maîtresse propose à un autre enfant de s'engager sur le trajet en lui conseillant de commencer son parcours par l'autre extrémité. Les enfants constatent qu'il rencontre le panier vide avant de rencontrer les fleurs qu'il dépose dans son panier, puis les pierres précieuses qu'il dépose aussi dans son panier avant d'achever son parcours. La maîtresse sollicite les remarques des enfants et en tire avec eux la conclusion que parcourir le trajet en partant d'une extrémité n'est pas équivalent à le parcourir en partant de l'autre extrémité.

Elle convient avec tous les élèves qu'une corde indique un chemin mais qu'il faut savoir d'où partir si on veut le parcourir dans le bon sens, désormais la maîtresse convient avec les enfants que les points de départ seront toujours marqués d'un point vert et que les points d'arrivée seront toujours marqués d'un point rouge. Cette convention va s'installer dans la classe et servir à orienter tous les chemins qui doivent l'être.

B. Situation B1 : le jeu du voyage en voiture, parcours à vélo

Pour des élèves de PS, MS, GS l'idée est d'introduire lors de la semaine des mathématiques une image mentale sur droite-gauche en relation avec les transports ; il pourra être éventuellement poursuivi toute l'année sous forme de rituel dans certaines classes de MS, dans les classes de GS.

Descriptif rapide du jeu

À un moment de regroupement de la journée, quatre élèves sont choisis pour prendre place dans la voiture (quatre chaises face au tableau entourées d'une ligne, un volant). On imagine que le dispositif est une voiture, que les affiches (de chaque côté du tableau) sont les paysages que l'on peut voir par la vitre lors d'un voyage en voiture. Le maître fera alors décrire le paysage de l'affiche à droite et celui de l'affiche à gauche.

Origine : I. Laurençot-Sorgius, paru dans *Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 2, Volume 2 » Géométrie »* (Livret d'accompagnement du film « Évolution des compétences géométriques et spatiales en Grande Section de maternelle »), *éditions ÉSPÉ Toulouse Midi-Pyrénées/IRES de Toulouse*[2].

Objectifs : Introduire la notion de droite-gauche, la faire comprendre et apprendre par imprégnation, créer une image mentale pouvant servir de référence par la suite.

Compétences visées

- différenciation de droite-gauche par rapport à soi ;
- maîtrise de la langue dans le vocabulaire spatial, dans des activités de description d'images ; en particulier maîtrise du vocabulaire : droite, gauche, aller à droite, aller à gauche, à l'intérieur, à l'extérieur.

Modalités de mise en œuvre

- groupe-classe ;
- localisation spatiale dans la classe : coin-regroupement ou coin-bibliothèque suivant la disposition des lieux.

Matériel et disposition spatiale du matériel

panneau affichage

panneau affichage

voiture

banc

banc

- des affiches représentant des paysages que l'on pourrait observer lors d'un trajet en voiture (campagne, montagne, mer, ville, village, monuments (église, château…), animaux dans des champs, train, avion…) à se procurer à la section tourisme du conseil régional ou dans des agences de voyages ;
- deux panneaux en bois posés sur des chaises ou des chevalets avec des grosses pinces pour y fixer les affiches en ayant la possibilité de changer l'ordre des affiches chaque jour ou deux tableaux magnétiques sur pied avec des aimants.
- Si les moyens le permettent on peut disposer deux projecteurs de diapositives, vidéoprojecteurs avec deux surfaces écrans face à face à la place des panneaux affiches ;
- quatre chaises ou fauteuils comme sièges de voiture ;

[2] Brochure que l'on peut se procurer à l'IRES - Université Paul Sabatier - Bât 1R2 - 118, route de Narbonne - 31062 Toulouse cedex 4 / ☎ 05.61.55.68.83 - Fax 05.61.55.82.58 - Email : ires@univ-tlse3.fr

- une cordelette ou des boudins en mousse ou du scotch par terre pour matérialiser la carrosserie de la voiture ;
- un petit cerceau, frisbee, ou un volant en carton pour le volant de la voiture.

Pour les élèves de GS, le jeu peut être poursuivi par un parcours à vélo dans la cour. On dessine à la craie des rues au sol, un élève a une carte et doit dire à un autre élève à vélo ou tricycle le parcours à réaliser « tout droit », « à droite au prochain croisement », etc.

Descriptif complet (Le jeu du voyage en voiture)

Objectifs

- Introduire la notion de droite-gauche, la faire comprendre et apprendre par imprégnation ;
- Créer une image mentale pouvant servir de référence par la suite.

Modalités de mise en œuvre :

- groupe-classe ;
- rituel : tous les jours, pendant une période assez longue de telle sorte que chaque enfant ait eu au moins une fois le rôle de conducteur et de passager ;
- localisation spatiale dans la classe : coin-regroupement ou coin-bibliothèque suivant la disposition des lieux.
- ***Compétences visées :***
- différenciation de droite-gauche par rapport à soi ;
- maîtrise de la langue dans le vocabulaire spatial, dans des activités de description d'images ; en particulier maîtrise du vocabulaire : droite, gauche, aller à droite, aller à gauche, à l'intérieur, à l'extérieur.

Matériel et disposition spatiale du matériel

- des affiches représentant des paysages que l'on pourrait observer lors d'un trajet en voiture (campagne, montagne, mer, ville, village, monuments (église, château, …), animaux dans des champs, train, avion, …) à se procurer à la section tourisme du conseil régional ou dans des agences de voyages ;
- deux panneaux en bois posés sur des chaises ou des chevalets avec des grosses pinces pour y fixer les affiches en ayant la possibilité de changer l'ordre des affiches chaque jour ou deux tableaux magnétiques sur pied avec des aimants ;
- Si les moyens le permettent on peut disposer deux projecteurs de diapositives avec deux surfaces écrans face à face à la place des panneaux affiches ;
- quatre chaises ou fauteuils comme sièges de voiture ;
- une cordelette ou des boudins en mousse ou du scotch par terre pour matérialiser la carrosserie de la voiture ;
- un petit cerceau, ou un volant en carton pour le volant de la voiture.

panneau affichage
panneau affichage
voiture
banc
banc

Phase 1 : « le jeu du voyage en voiture »

Niveau : toutes sections de maternelle

Description résumée du jeu :

À un moment de regroupement de la journée, quatre élèves sont choisis pour prendre place dans la voiture. On imagine que le dispositif est une voiture, que les affiches sont les paysages que l'on peut voir par la vitre lors d'un voyage en voiture. Le maître fera alors décrire le paysage de l'affiche à droite et celui de l'affiche à gauche.

Description détaillée

Étape 1 : (démarrage de chaque séance) « on installe la voiture »

Le maître interroge plusieurs élèves du groupe-classe :

> « Quels sont les enfants à l'intérieur de la voiture ? Donne-moi leurs noms.
> Quels ont les enfants à l'extérieur de la voiture ?
> Qui est devant l'élève C (nommé par son prénom)? l'élève D ?
> Qui est derrière l'élève A ? l'élève B ?
> Qui est à côté de A ? de B, de C ? »
> « Où est placé le volant dans une voiture ? Qui va être le conducteur ? »
> Il donne alors le cerceau à l'élève conducteur.

Étape 2 : « On part en voyage. »

L'enseignant raconte que l'on part en voyage et que l'on va décrire ce que l'on voit par les fenêtres de la voiture. Il emploiera systématiquement pour décrire, poser des questions, reformuler, les expressions : « à gauche du côté du volant », « à droite de l'autre côté ».

L'hypothèse est que cette référence au volant permettra de créer une image mentale à laquelle on pourra faire appel dans d'autres activités de différenciation droite-gauche.

Par exemple il décrit les premières affiches en disant : « il y a "à gauche du côté du volant" un château, il y a des moutons "à droite de l'autre côté" », puis demande aux enfants (d'abord ceux de la voiture, puis ceux du groupe-classe) de décrire :

> « Qu'y-a-t'il "à gauche du côté du volant" ? "à droite de l'autre côté" ? »

On change ensuite d'affiche :

> soit en même temps les affiches droite et gauche,
> soit d'abord l'une puis re-description avant de changer l'autre (peut-être est-ce ce choix à privilégier dans les premières séances).

Le nombre d'affiches à chaque séance peut aller en augmentant au fur et à mesure des séances journalières.

Une fois que tous les élèves ont été conducteurs ou lorsqu'il estime que l'on peut supprimer la référence au volant, l'enseignant emploie uniquement "à gauche" et "à droite".

En fin d'année, on peut rajouter des questions demandant quel élève se trouve à droite de l'élève A, de l'élève C (respectivement à gauche de B ou de D), afin de commencer une décentration de l'élève (repérage non pas de droite-gauche par rapport à soi mais par rapport à autrui).

Phase 2 « le jeu du clignotant »

Ce jeu peut se rajouter après chaque séance du « jeu du voyage en voiture » lorsque celui-ci fonctionne depuis un certain temps.

Étape 1

Après avoir fait expliquer ce qu'est un clignotant, à quoi il sert, on explique que lorsque le clignotant de la voiture est cassé, ce sont les passagers à l'arrière qui indiquent le changement de direction en tendant le bras hors de la fenêtre dans la direction voulue.

C'est le conducteur qui donne les ordres de changements de direction :

> «à gauche » : le passager arrière gauche tend le bras gauche vers la gauche et le conducteur tourne le volant vers la gauche.
> «à droite » : le passager arrière droit tend le bras droit vers la droite et le conducteur tourne le volant vers la droite.

Étape 2

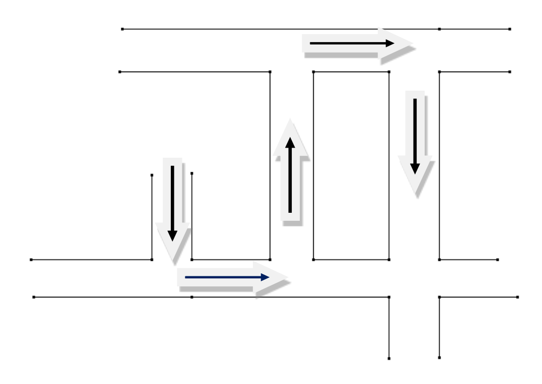
Après avoir fait des activités du type « parcours sur quadrillage » et des activités sur la représentation plane d'un parcours, on introduit la lecture d'une carte par le passager avant pour indiquer les changements de direction.

Le passager avant reçoit une carte et indique au conducteur et aux passagers arrière les changements de direction.

Cette étape peut se faire dans une classe à double niveau, en mettant comme passager avant un enfant du niveau le plus élevé.

Remarque : cette mise en situation ne permet pas une validation de l'action de l'élève par la situation mais nécessite une validation soit du maître, soit du groupe-classe.

Exemple de carte



Le jeu du clignotant peut se faire par groupe de quatre en salle de motricité.

Remarques diverses : l'idéal serait d'avoir pour la voiture quatre petits sièges avec des sangles pouvant servir de ceinture de sécurité de façon à travailler aussi avec les enfants l'éducation en sécurité routière.

Prolongement possible : Dans la cour avec des vélos (ou à pied s'il n'y a pas de vélos) ;

Une route à deux voies est tracée avec de la craie sur le sol de la cour de telle sorte qu'elle ait au moins la largeur de deux vélos. On partage la classe en deux, chaque demi-groupe étant à chaque bout de la route. Il s'agit d'apprendre à rouler sur la voie de droite. On peut aussi imaginer des changements de direction dictés par le maître ou un élève.

Autre proposition pour les cartes du jeu du clignotant

Le conducteur a devant lui une pile de 10 cartes comportant une flèche (sens de lecture bien marqué). Les élèves qui ne sont pas dans la voiture ont aussi un jeu de 4 cartes avec les flèches possibles et montrent la « bonne carte » dès que l'action de la « voiture » a eu lieu.

Proposition d'action suivant la carte tirée :

↑	« On avance ! Broum ! »
←	« À gauche ! » ou bien « Clignotant à gauche ! » Et l'élève à l'arrière gauche tend le bras gauche.
←	« À droite ! » ou bien « Clignotant à droite ! » Et l'élève à l'arrière droit tend le bras droit.
↓	« Attention on recule ! »

La correction a lieu après chaque action. On peut compter les points gagnés par voiture.

C. *Problème C 1 : wagons ou bus*

Nous proposons lors de la semaine des mathématiques de démarrer ou poursuivre une séquence sur le nombre mémoire de la quantité, en adaptant la séquence « wagons » de ERMEL « *Apprentissages numériques et résolution de problèmes en Grande section* », éd. Hatier.

Nous proposons deux versions : celle « wagons » (ERMEL) et celle « le bus » (mallette maternelle COPIRELEM, IFÉ, CREAD).

Descriptif rapide : un atelier de 8-10 élèves mis par binômes, chaque binôme ayant un wagon en charge ; les élèves vont chercher les voyageurs qu'ils posent sur le quai, puis l'ensemble du groupe prévoit la réussite ou non pour chaque wagon, l'enseignante fait verbaliser.

. *Version « wagons » (ERMEL)*[3]

Avant de commencer l'activité, le maître a pris soin de noter, pour chacun de ses élèves, jusqu'où il récite la comptine, s'il dénombre avec adéquation unique (correspondance un à un entre les mots récités et les objets dénombrés) et s'il réussit à extraire n objets d'une collection de p objets, n'étant compris dans la partie connue de la suite des nombres.

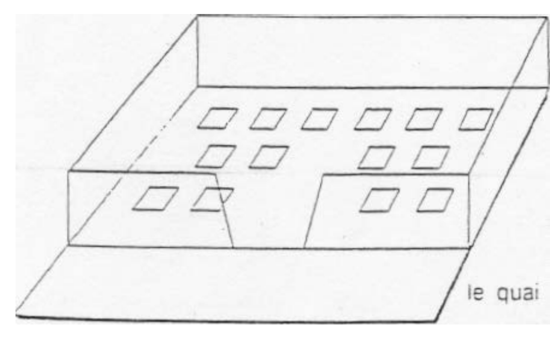
Par exemple, pour une classé donnée :
5 élèves ne récitent rien ou énoncent 2 ;
6 élèves récitent jusqu'à 4, 5, 6, 7 ou 8 ;
5 élèves récitent jusqu'à 9 ou 10 ;
8 élèves récitent jusqu'à 11, 12, 13 ou 14 ;
1 élève récite jusqu'à 15 ;
3 élèves récitent jusqu'à 20 ou au-delà.

Parmi ces élèves, 12 dénombrent avec adéquation unique et 8 sont capables d'extraire n objets d'une collection de p objets ($p > n$).

Ce repérage des possibilités des enfants permet d'adapter le problème en modifiant la variable champ numérique, il permet également ce constater les progrès.

Nous sommes en novembre, après les vacances de Toussaint.

Matériel



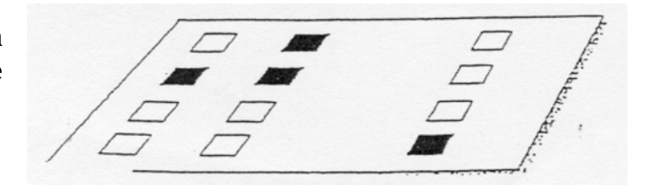
- Un support comprenant deux parties : une partie libre sur laquelle seront posés les objets rapportés avant validation et une partie sur laquelle seront dessinées des places libres ou occupées. Pour cette seconde partie, on peut prévoir des fiches amovibles de la taille d'un fond de boite : ainsi, d'un problème à l'autre, il suffira de changer le fond. Cette situation peut, par exemple, représenter un car qui doit transporter des voyageurs pour une excursion.
- Il faut prévoir des objets pour remplir les places, certains d' entre eux sont déjà collés sur les places occupées. Les autres constituent la réserve qui doit être éloignée de l'endroit où les enfants travaillent.
- Le car ne pourra partir que si tous les voyageurs sont présents.

[3] ERMEL, 2005, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes en GS*, Hatier

Comportement des enfants

Situation 1

3 enfants sachant compter au moins jusqu'à 13. L'un d'eux est désigné pour aller chercher les voyageurs. Le maître leur propose le support suivant :



M. – Quand vous serez d'accord, Alain ira chercher les voyageurs pour remplir le car, juste ce qu'il faut, pas plus, pas moins.
Les enfants dénombrent les places libres. L'un trouve 7, l'autre 8, l'autre 9.
M. – Il faut être sûr.
Ils recomptent et, après concertation, tombent d'accord sur 8.
M. – Que dites-vous à Alain ?
Un enfant répond : « Il doit aller chercher 8 voyageurs. ». Il se déplace et rapporte une poignée de voyageurs qu'il place sur le quai.
M. – Combien en fallait-il ?
Il ne sait plus : il se lance dans un nouveau dénombrement.
M. – Est-ce que vous avez juste ce qu'il faut de voyageurs ? Un enfant dispose les voyageurs sur le quai en reproduisant la configuration des places libres.
Un autre déplace son index d'un voyageur à une place libre en disant : « Celui-là, là… ça ne va pas. ».
M. – Pourquoi ?
Il répond : « Il a rapporté trop. ».
M. – Combien devait-il rapporter ?
Un enfant recompte et dit : « 8 ».
M. – Combien y en a-t-il ?
Le même enfant dit : « Un de trop. ».
M. – Placez les voyageurs pour voir si votre camarade ne se trompe pas.
Alain place les voyageurs et dit « Il en reste un. ». L'autre enfant dit « Il en a rapporté 9. ».
M. (à Alain) – Les avais-tu comptés ?
Alain – Je savais plus le nombre.
On voit ici que les enfants ne se servent pas tous du nombre de la même façon. Le maître insiste sur le fait qu'il faut mettre le nombre dans sa tête et compter les voyageurs avant de les rapporter.

Situation 2

4 enfants qui savent compter au moins jusqu'à 11. Un support avec 7 places libres.

M. – Émeline ira chercher des voyageurs pour remplir le car, juste ce qu'il faut, pas plus, pas moins.
Les enfants dénombrent, se trompent, recommencent et tombent d'accord sur 7. Émeline va les chercher et les pose sur le quai. Un enfant recompte les places libres : « 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 » et ensuite les voyageurs : « 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ». L'enfant dit : « Je ne sais pas ».
M. – Combien y a-t-il de places libres ?
L'enfant recompte : « 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ».
M. – Combien y en a-t-il ?
Et l'enfant recommence : « 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ».
M. – Tu as compté 7 places et 7 voyageurs, est-ce que ça va 7 : il fait une moue d'incertitude.
M. – Place les voyageurs.

Le fait d'avoir récité la même partie de comptine sur les deux collections ne lui permet pas de conclure à l'égalité numérique.

Le maître, pendant qu'il pose les voyageurs, les recompte avec lui et insiste sur le fait qu'il y avait le même nombre, la même quantité de places et de voyageurs donc que ça allait puisque l'on pouvait donner une place à chaque voyageur.

. ***Version LE BUS (Recherche COPIRELEM, IFÉ, CREAD)*** [4]

De quoi s'agit-il ?

Amener l'élève à utiliser le nombre pour mémoriser une quantité : il doit compléter les places libres d'un bus avec des objets représentant les enfants d'une école qui se rendent à la piscine. Cet habillage a été choisi parce qu'il constitue un contexte de classe familier.

De quoi a-t-on besoin (matériel, etc.) ?

Pour chaque élève, une représentation du bus (par exemple un couvercle de boites de ramettes de papier A4) et du trottoir sur lequel les voyageurs seront disposés avant de « monter ».



- Une zone intermédiaire (le trottoir) qui permet de questionner les élèves sur la validité de leur procédure avant une validation effective par correspondance terme à terme.
- Pour chaque phase et chaque élève, une feuille A4 sur laquelle sont disposées des représentations de sièges à compléter (à multiplier et à adapter pour faire jouer les variables : nombres d'éléments, disposition sur la feuille).
- Des objets (environ 150) représentant les voyageurs, collectés ou présents dans la classe (personnages, figurines, bouchons, pions…) et des paniers (un par élève) pour les transporter. Dans le cas de figurines, il faut s'assurer de leur stabilité lorsqu'ils seront déposés dans le bus.





[4], Collectif, 2014, Le BUS in *Mallette maternelle*, COPIRELEM IFÉ CREAD

Comment s'y prendre ?

Le matériel est présenté aux élèves en évoquant la situation : des enfants vont prendre le bus pour se rendre à la piscine. On insiste sur le fait qu'ils doivent se placer sur le trottoir devant le bus avant de monter. Les fiches déposées dans le bus présentent des cases blanches et des noires, ces dernières symbolisant les places occupées : cette différence est l'occasion d'un moment de verbalisation, les élèves sont amenés à expliciter par eux-mêmes ces deux types de représentations. Le bus ne pourra partir que s'il est complet : on ne peut pas laisser d'enfants sur le trottoir et il ne doit pas rester des places encore libres.

La consigne est : « Vous devez aller chercher juste assez d'enfants pour remplir le bus, pas un de plus, pas un de moins ».

Qu'apprend l'élève dans cette situation ?

Le dénombrement est un moyen efficace pour résoudre le problème posé. En fonction des variables utilisées, il sera même le seul.

Que doit savoir l'élève avant de commencer ? (pré-requis)

- Dénombrer une collection d'objets (par comptage ou perception globale de la quantité). Procéder à une correspondance terme à terme de deux ensembles d'éléments.
- Connaitre l'écriture chiffrée des nombres (ou la retrouver en utilisant une bande numérique), à partir de l'étape 3.

Que doit faire l'élève ?

- Trouver le nombre n d'éléments de la collection à compléter.
- Construire une collection de n objets.
- Vérifier que ces deux collections sont équipotentes par correspondance terme à terme.

Comment s'effectue la validation ?

Les élèves déposent les personnages qu'ils ont ramenés sur le trottoir, puis sont invités à se prononcer sur leur travail (le bus pourra-t-il partir, c'est-à-dire, y a-t-il juste assez d'enfants pour remplir le bus ?). La validation finale est effectuée par déplacement de tous les voyageurs : il faut que toutes les places soient complétées sans que des voyageurs restent sur le trottoir.

Quelles sont les difficultés prévisibles (mathématiques et autres) ?

- Difficulté de compréhension de la tâche dans un premier temps, de la distinction entre les places libres et occupées.
- Difficulté de mémorisation du nombre.

Quelles sont les erreurs repérées, les pistes d'aide ?

Certains élèves ne vont pas dénombrer la collection et vont se saisir de nombreux objets pour en avoir assez. C'est la situation qui permettra d'invalider cette procédure.

Que doit retenir l'élève ?

Le nombre permet de résoudre efficacement ce type de problèmes.

À quoi le maître doit-il être vigilant ?

Ne pas demander à l'élève de compter les places, ne pas évoquer le nombre dans la consigne. C'est à l'élève, à travers la situation et la confrontation avec ses pairs, d'envisager que le recours au nombre est la solution. Il est de plus en plus incité au fil des étapes.

Pour chaque étape, il faut s'assurer que le nombre de places vides est dans le champ numérique connu de chaque élève (la comptine orale doit être correcte et stable jusqu'au nombre de places à dénombrer).

. *Version « Voitures et garages » (Recherche COPIRELEM, IFÉ, CREAD)*[5]

Une version numérique de la situation décrite en paragraphe C (contexte voitures et garages) a été créée dans le cadre de l'élaboration de la mallette maternelle (CREAD, COPIRELEM, IFÉ) :

http://python.espe-bretagne.fr/blog-gri-recherche/?page_id=201

Mode d'emploi du logiciel.

Écran d'accueil et accès à l'espace de travail





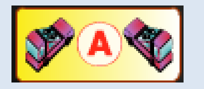
Une fois l'animation d'accueil terminée, cliquer sur la voiture qui « gigote » pour démarrer le jeu.

---

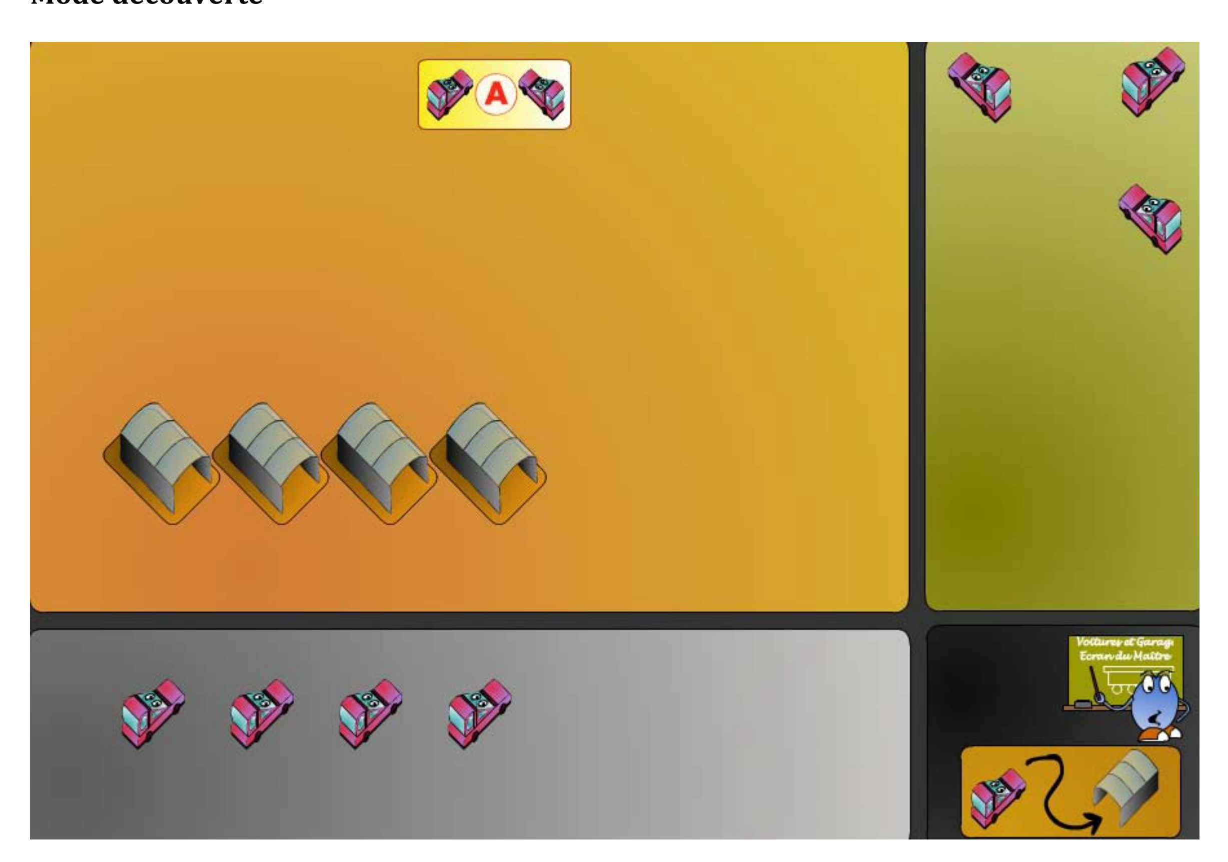
[5], Collectif, 2014, Voitures et garages in *Mallette maternelle*, COPIRELEM IFÉ CREAD



Le jeu démarre en mode « découverte », les voitures et les garages sont visibles en même temps sur l'écran.



Mode découverte



Déplacer les voitures dans la zone de rangement grise (cliquer pour sélectionner puis cliquer pour déposer). Puis cliquer sur l'icône « voiture allant se garer » pour valider la réponse quand on estime avoir fini de placer toutes les voitures.

Une fois la réponse validée, **le tableau des scores** apparaît :



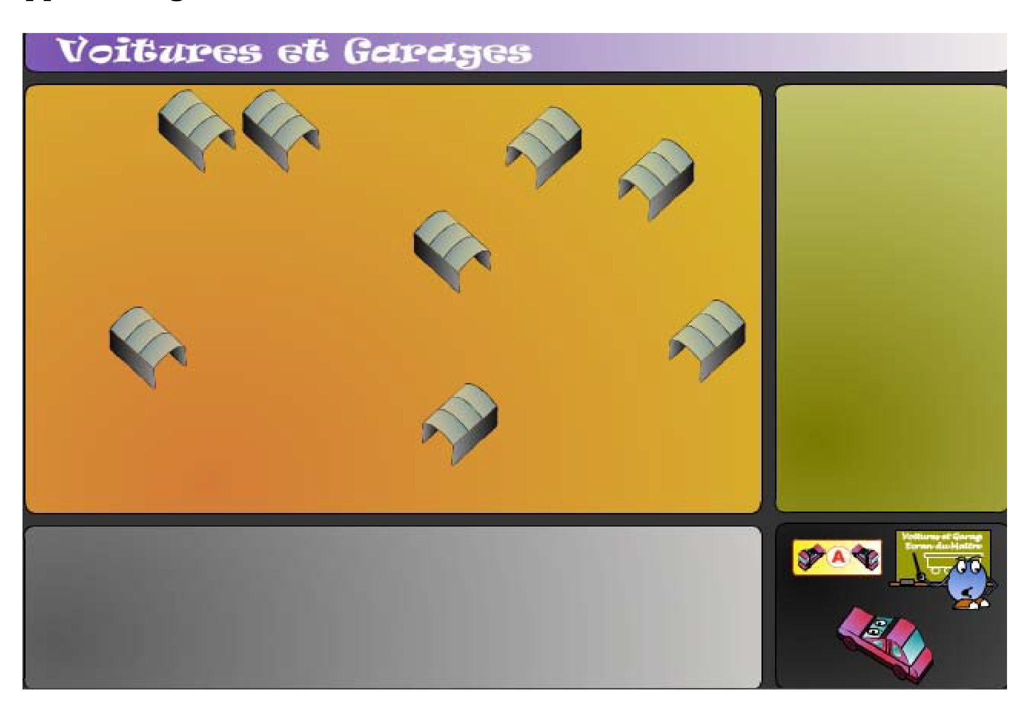
Cliquer sur l'icône « bonhomme vert » ou « bonhomme rouge » pour enregistrer le résultat dans le tableau des scores.

Voitures et Garages

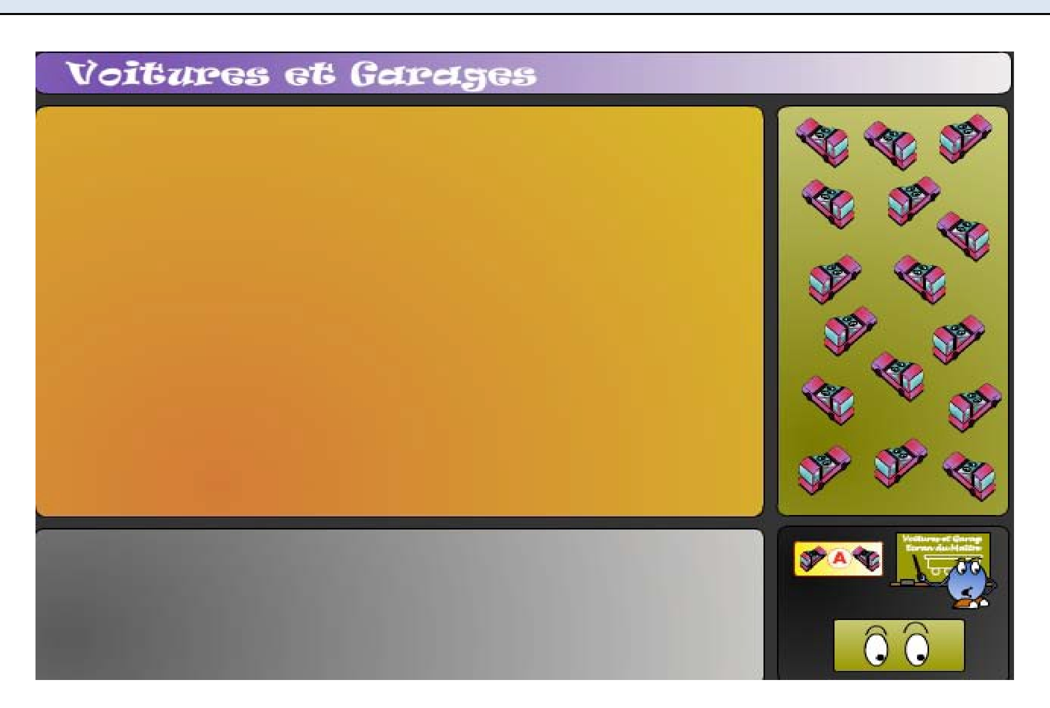
Tableau des Scores

Pour continuer la partie, cliquer sur la voiture qui « gigote ». La partie continue en mode apprentissage.

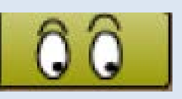
Mode apprentissage

1 

Les garages apparaissent (**1**). Cliquer sur la voiture qui « gigote » ; les garages disparaissent.

2 

La réserve de voitures apparaît (**2**).

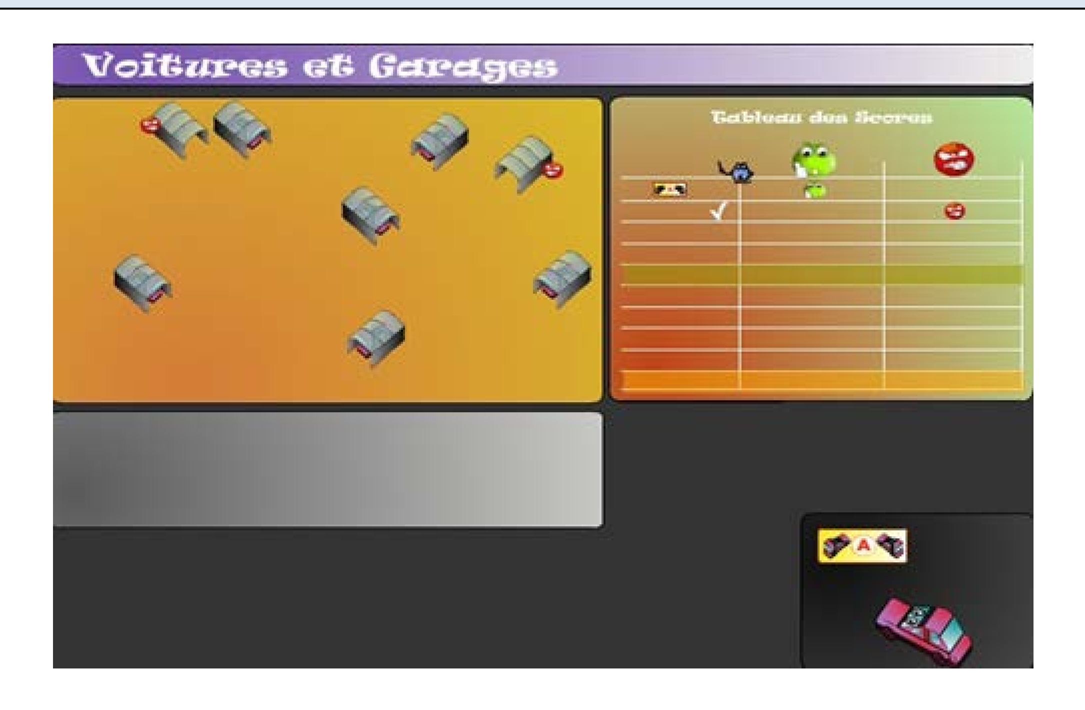
Possibilité de revoir les garages en cliquant sur l'icône « Gros yeux »  avant de commencer à déplacer les voitures.



3

Déplacer les voitures dans la zone de rangement.

Cliquer sur l'icône « voiture allant se garer » pour valider la réponse quand on estime avoir fini de placer toutes les voitures (**3**).



4

Les garages réapparaissent pour permettre la validation (**4**). L'élève enregistre son résultat dans le tableau des scores.

Écran du maître

Cliquer sur l'icône en maintenant les touches Ctrl +m ou Ctrl+Alt+m pour confirmer (touches cmd+alt+? Ou cmd+? pour les mac).
L'accès à cet écran est possible en cours de partie.

Voitures et Garages - Ecran du Maître

Garages Aléatoires

Nombre de Garages
Minimum : 6
Maximum : 12

Faire varier le **nombre de garages**.

Choisir la **disposition des garages** :
- aléatoirement répartis sur l'écran ;
- disposés en ligne.

Choisir le mode **découverte** (voitures et garages visibles en même temps sur l'écran) ou le mode **apprentissage** (garages non visible lors du placement des voitures) pour revenir à l'écran de l'élève.
(L'icône sur l'espace de travail en bas à gauche permet de choisir le mode découverte sans passer par l'écran du maître.)

D. *Problème D1 : parcours sur quadrillage MS/GS*

Origine : BERDONNEAU C., CERQUETTI-ABERKANE F. (2004), « Enseigner les mathématiques à la maternelle », *Hachette-Éducation* .

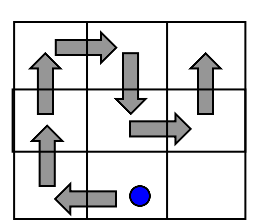
Adaptation : *Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 2, Volume 2 » Géométrie » (*Livret d'accompagnement du film « Évolution des compétences géométriques et spatiales en Grande Section de maternelle »), *éditions ÉSPÉ Toulouse Midi-Pyrénées/IRES de Toulouse*[6]

Remarque : en PS, on peut travailler un parcours sur quadrillage avec dictée par l'adulte : « un pas vers le mur », « un pas en avant », « un pas vers la porte » en introduisant le vocabulaire « en avant ».

Il s'agit de travailler la compétence « savoir se servir d'un plan d'un parcours sur quadrillage », ce qui nécessite de décoder ce que signifient les flèches, mais aussi de s'orienter par rapport aux bords du quadrillage ou par rapport à d'autres éléments fixes.

Divers plans peuvent être choisis :

- représentation du quadrillage au sol avec codage des déplacements de case en case par des flèches ;



- « codage chronologique, représentant linéairement des déplacements »:

⇨	⇧	⇦	⇦	⇧	⇨	⇨

Descriptif

Phase 1 : en atelier de 6 en salle de motricité (3 quadrillages tracés au sol)

Par binôme : les deux élèves ont le plan, l'un réalise le parcours, l'autre est observateur et indique, au fur et à mesure ou à la fin (suivant le niveau de classe), s'il est d'accord avec les choix effectués par celui qui réalise le parcours.

Consigne : « Suis le parcours écrit sur le plan. »

Autres possibilités : ajouter un plan en agrandi sur un panneau vertical derrière la ligne 3 et/ou placer un plan agrandi collé au sol.

Phase 2 : on change le point de départ, on le place en C1 (voir grille ci-contre). On dit à l'élève de se placer en C1, on lui donne la grille vierge, on lui demande de dessiner sur le plan un rond au point de départ, l'adulte valide (on corrige si nécessaire). On oriente le regard de l'élève vers C3.

	A	B	C
3			
2			
1			

« Déplace-toi pas à pas sur les cases du quadrillage et dessine ton parcours sur cette carte pour l'élève suivant. »

Le plan est donné dans les mains de l'élève correctement orienté par rapport à la position de départ du parcours.

---

[6] Brochure que l'on peut se procurer à l'IRES - Université Paul Sabatier - Bât 1R2 - 118, route de Narbonne - 31062 Toulouse cedex 4 / ☎ 05.61.55.68.83 - Fax 05.61.55.82.58 - Email : ires@univ-tlse3.fr

Analyse (extraits de Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 2, Volume 2 » Géométrie »)

L'activité demandée paraît difficile pour des élèves de maternelle ; elle est difficile car elle met en jeu :

- l'orientation de l'élève par rapport à l'espace physique (murs, fenêtres, quadrillage au sol) ;
- l'orientation de l'élève par rapport à la représentation (trajet et quadrillage sur papier) ;
- l'orientation de la représentation (plan sur papier) par rapport à l'espace physique.

Plusieurs procédures de réussite de l'élève semblent probables :

- garder l'orientation de départ du corps en se déplaçant « à l'égyptienne » (en regardant toujours dans la même direction sans tourner le corps, en faisant des pas en arrière, de côté à droite, à gauche) ; cette procédure s'appuie sur la conservation des trois orientations ci-dessus ;
- garder l'orientation de la feuille par rapport à son corps, tourner au fur et à mesure en suivant l'orientation du trajet ; seule l'orientation de l'élève par rapport à la représentation est conservée ; cette procédure oblige l'élève à changer de point de vue à chaque changement de direction ;
- garder l'orientation de la feuille par rapport à l'espace physique.

Lors d'entretiens menés avec des élèves de GS, une des difficultés constatées est que l'élève tourne son corps par exemple d'un quart de tour en gardant le plan orienté de la même façon dans ses mains, ce qui lui fait perdre l'orientation du plan par rapport au quadrillage au sol. Dans d'autres entretiens, nous avons proposé une autre version avec le plan dans les mains mais aussi un deuxième plan agrandi positionné soit horizontalement au sol (orienté comme l'élève se trouve par rapport au quadrillage au point de départ), soit verticalement en face de la position de départ. Cependant cela n'a pas amélioré les performances des élèves, ceux-ci se concentrant sur le plan entre leurs mains et ne regardant pas l'autre plan en position fixe.

On peut se demander si le plan donné est un obstacle ; d'autres mises en œuvre sont envisageables (suggestion de participants à un atelier du colloque de la COPIRELEM 2010) :

- ne pas donner le plan et se baser sur la mémorisation du parcours ou
- donner uniquement le plan en position verticale mais pas dans les mains de l'élève.

Le quadrillage est un quadrillage de 9 cases : cela peut induire une procédure de type « repérage par rapport aux bords» ou un repérage sur le quadrillage perçu globalement : pour le parcours demandé, cette procédure consisterait à commencer à gauche puis longer le bord du quadrillage ; il est proposé de tester avec un quadrillage plus grand 4 sur 4 ou rectangulaire.

III. Problèmes cycle 2

A. *Problème A2 : les autobus*

Origine : D'après "Résolution mentale de problèmes additifs : le problème de l'autobus" in Butlen Denis, 2007, *Le calcul mental entre sens et technique*, PUFC, pp 73-80.

L'***énoncé*** est le suivant :

Dans un autobus il y a n voyageurs, à un arrêt il en monte a et il en descend b, combien y a-t-il de voyageurs dans l'autobus quand il repart ?

Éléments d'analyse

On distingue deux types de procédures pour résoudre ce problème :

- une procédure portant sur les états $((n+a)-b = n'-b = n'')$;
- une procédure portant sur les transformations $(n" = n + (a - b))$.

La question peut porter :

- sur le nombre de voyageurs dans l'autobus quand il repart ;
- sur le nombre de voyageurs dans l'autobus à l'arrivée à l'arrêt ;
- sur le nombre de voyageurs qui sont montés dans l'autobus à cet arrêt ;
- sur le nombre de voyageurs qui sont descendus de l'autobus à cet arrêt

(les autres nombres étant donnés par l'énoncé).

En fonction des niveaux de classes ou des difficultés rencontrées, on peut proposer des questions intermédiaires qui peuvent aider certains élèves à s'engager dans la tâche :

"Dans un autobus, il y a n personnes, il en monte a et il en descend b. Après l'arrêt, y a-t-il plus ou moins de voyageurs ?"

Ou bien *"Dans un autobus, il y a n personnes, il en monte a et il en descend b. Après l'arrêt, y a-t-il plus, moins, autant de voyageurs, combien en plus, ou combien en moins ?"*

En calcul mental, L'auteur choisit de faire varier les données n, a et b sur deux domaines numériques :

$n < 100$, $a < 10$ et $b < 10$ ou $n < 200$, $a > 10$ et $b > 10$ *et* $-10 < a-b < 10$ (dans les deux cas, n est nettement supérieur à a et b).

Il suggère d'être attentif aux cas de passage de la dizaine. Le calcul ci-dessous présente deux passages de la dizaine : $n + a + b = 22 + 9 - 3 = 31 - 3 = 28$

En revanche, le calcul suivant ne représente pas de passage de la dizaine : $27 - 4 + 3 = 23 + 3 = 26$

Ensuite, il sera pertinent de varier les contextes (cardinal, ordinal, mesure) : jeux de billes avec pertes et gains, jeu de déplacement (*Je suis à n pas de ma grand mère, elle me dit d'avancer de a pas puis de reculer de b pas, où suis-je ?*), transvasements, etc.

On peut aussi proposer l'énoncé standard ou bien l'une des variantes exposées ci-dessous, en inversant les termes "montent" et "descendent" ou bien en prenant $a - b > 0$, $a - b < 0$ ou $a - b = 0$.

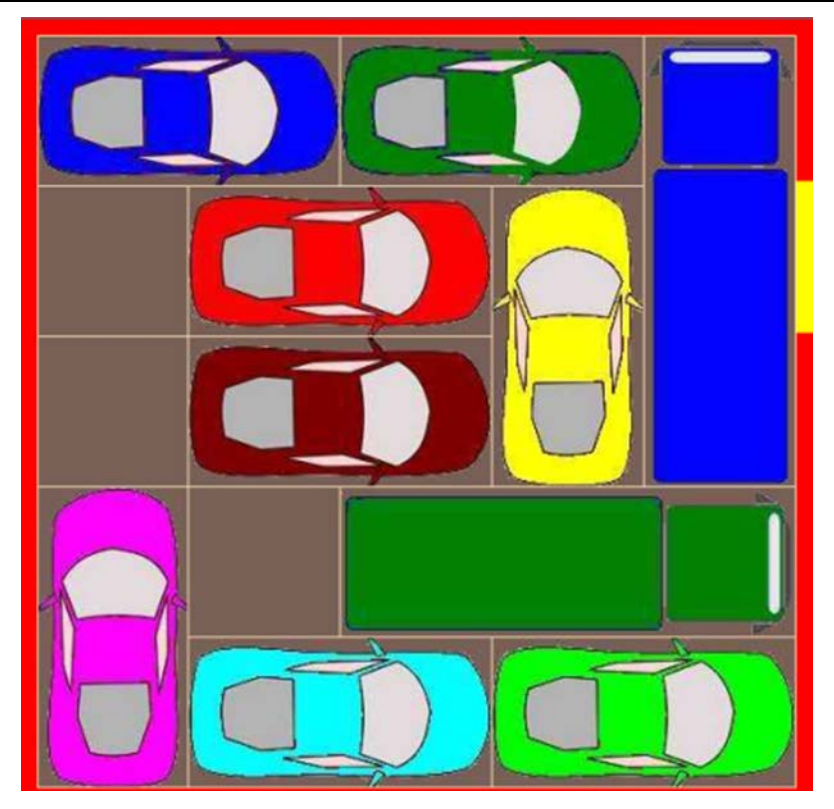
Cela permet de générer dix-huit énoncés possibles pour chacune des quatre questions possibles (pour le premier domaine) et pour un habillage donné.
Documentation supplémentaire : le groupe « 1er degré maths31 » propose un énoncé sous forme de video.

B. Problème B2 : embouteillages

Énoncé

« Sur ce parking, les véhicules ne peuvent qu'avancer ou reculer d'une ou plusieurs cases (pas de virage à 90°, pas de changement de couloir).

Combien de déplacements de véhicules seront nécessaires, au minimum, pour que le capot de la voiture rouge puisse toucher la barrière jaune (si une voiture parcours plusieurs cases lors d'un déplacement, on ne compte qu'un déplacement) ? »



Source : http://micetf.fr/Embouteillages/

Cette situation est développée dans Découvrir le monde avec les mathématiques – GS - de Dominique Valentin aux éditions Hatier.

En résolution de problème, elle vise à développer chez les élèves des capacités à organiser une suite d'actions pour atteindre un but. Le fait de demander le nombre minimum de déplacements conduit à chercher plusieurs solutions à un même problème pour satisfaire cette contrainte. Une difficulté est de se convaincre que le nombre trouvé est bien le minimum.

C. *Problème C2 : voitures dans parking*

Énoncé

« Voici une vue aérienne d'un parking, avec des plaques de verglas sur certaines places (en gris clair).
Combien y a-t-il de places habituellement sur le parking ?
Combien y a-t-il de places de parking sans verglas ? »

Il s'agit de déterminer des informations en les induisant d'une disposition spatiale en ligne et colonne, de résoudre un problème de type multiplicatif, de type additif-soustractif, avec des procédures personnelles (en CP et CE1, dénombrement, ou addition itérée), ou éventuellement en CE1 en utilisant la multiplication. Diverses procédures sont possibles, ce qui peut permettre une mise en commun sur le fait que diverses démarches permettent de résoudre un problème.

D. *Problème D2 : étalonnage du pas*

Énoncé

« Combien de pas du professeur pour aller d'un bout à l'autre du couloir, de la cour ? Combien pour un élève de chaque groupe ? »

Documentation supplémentaire : le groupe « 1er degré maths31 » propose un énoncé sous forme de video.

Origine : livre du maître *« Pour comprendre les maths CP »*, éd.Hachette (2003)

Matériel

- Quelques objets ordinaires tels que crayons, gommes, etc.
- Une bandelette de papier par enfant.

Description

Phase 1 : l'activité se déroule dans la cour ou le gymnase, ou encore dans un couloir assez long. L'enseignant délimite par deux traits une distance de vingt à. trente mètres.

Les enfants sont invités. à compter le nombre de pas nécessaires pour parcourir cette distance. L'enseignant insiste pour que les enfants effectuent des pas normaux sans chercher à concourir.

Le nombre de pas de chaque enfant est inscrit sur une feuille. « Pourquoi ne trouve-t-on pas le même nombre de pas pour les différents enfants ? « Si le nombre de pas d'un enfant est plus petit que celui d'un second enfant, que peut-on dire du pas du premier par rapport a celui du second ? La discussion doit conduire à comprendre que, plus le pas est long, moins le nombre de pas est grand.

Phase 2 : Même activité dans la salle de classe, mais cette fois les enfants sont répartis en quatre ou cinq groupes, et les distances à mesurer sont les longueurs des différents murs de la salle : l'unité proposée est le pied, chaussé, de chaque élève.

Phase 3 : les enfants sont regroupés deux par deux. Ils sont invités à mesurer le bord de leur table avec un crayon, puis une gomme, chacun d'eux contrôlant le travail de son camarade.

L'enseignant provoque les mêmes questions et remarques que dans les premières phases.

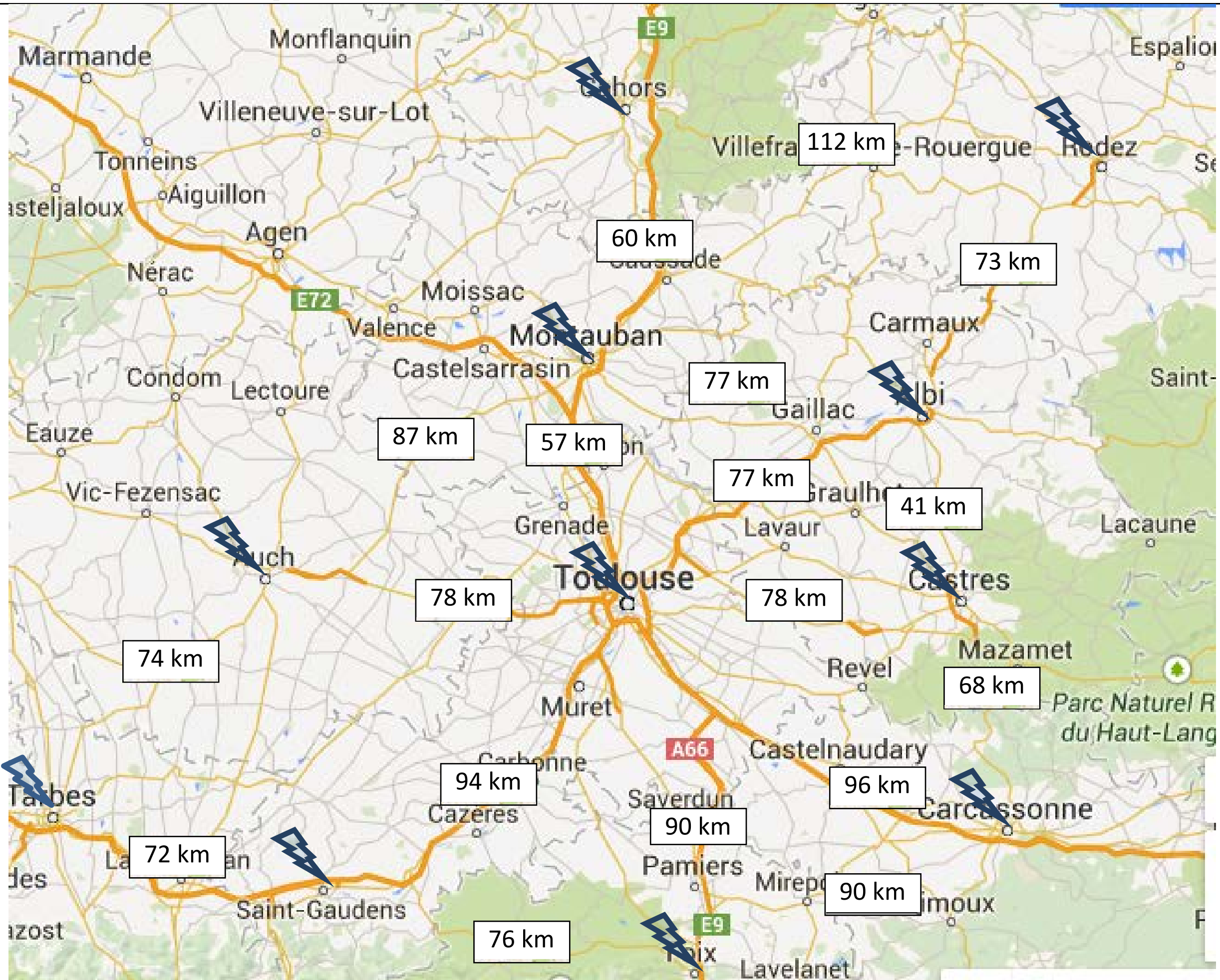
L'enseignant engage chaque fois les enfants à observer leurs camarades et à vérifier que les mesurages sont correctement exécutés.

E. *Problème E2 : trajet en voiture*

Énoncé

Quentin veut faire du tourisme dans la région. Il part de Rodez et voudrait visiter Albi, Cahors, Tarbes et Carcassonne. Il peut passer dans ces villes dans n'importe quel ordre mais il ne veut y passer qu'une seule fois et il veut finir son voyage à Rodez. Les distances indiquées correspondent à celles entre deux villes marquées par le symbole ⚡ Elles marquent aussi les seuls itinéraires que Quentin peut emprunter.

Quel est le chemin le plus court respectant toutes les contraintes ?



Lecture de la carte (document réalisé à partir de Google maps) :



Par exemple, sur cette partie de carte, on peut lire les distances suivantes :
Toulouse - Castres : 78 km
Toulouse - Foix : 90 km
Foix - Carcassonne : 90 km
Castres - Carcassonne : 68 km
etc.

Comme il n'y a pas de distance indiquée entre Cahors et Albi, c'est que Quentin ne peut pas aller d'une ville à l'autre directement.

Comme développé dans la situation similaire "La carte routière", 2005, Ermel CE2, les élèves apprennent, à travers ce problème, à mettre en œuvre des procédures de résolution par essais de calculs. Plusieurs trajets sont à envisager et après avoir contrôlé que toutes les contraintes sont satisfaites, il s'agit de comparer les sommes obtenues. La familiarisation à la lecture de carte, dans une progression en classe, devrait nécessiter une séance.

Pour les élèves de CP (en CE1 aussi), il sera nécessaire de mettre à disposition des calculatrices pour effectuer les calculs.

F. Problème F2 : métro

Énoncé

« Bonjour, je suis à la station de métro de Rangueil et je dois aller à celle de Jean-Jaurès. Le métro met environ deux minutes entre chaque station (on fera comme si il met toujours deux minutes entre chaque station). Combien de temps vais-je mettre pour aller du quai de la station de Rangueil à celui de Jean-Jaurès ?»

Documentation supplémentaire : le groupe « 1er degré maths31 » propose un énoncé sous forme de video.

Prolongement pour les cours doubles avec cycle 3 et pour les écoles ayant un escalier

La station de métro de Rangueil a 32 marches entre le palier de l'entrée et le quai. La station de métro de Jean-Jaurès a 24 marches entre le palier de l'entrée et le quai. Dans chaque station, je mets 1 min entre le quai et l'entrée (sortie) sur la rue pour parcourir les couloirs, passer le tourniquet.

Documentation : Tisseo hivMETROweb.pdf

Problème à résoudre pour le prolongement : quelle durée (avec une valeur approchée en minutes) pour monter les escaliers de l'école, combien de marches ont-ils et combien de fois doit-on monter, respectivement descendre les escaliers de l'école pour que cela corresponde aux nombres de marches d e la tour Eiffel (1665 marches cf. http://www.toureiffel.paris/images/PDF/supports-pedagogiques/08_la_tour_de_haut_en_bas.pdf) Le travail se fera avec des valeurs approchées.

IV. Problèmes cycle 3

A. *Problème A3 : Transport en bateau*

Énoncé

Des groupes arrivent pour une promenade en bateau. Voici le nombre de personnes par groupe : 25, 50, 65, 70, 85, 100, 45. Les personnes d'un même groupe ne veulent pas se séparer : elles veulent monter dans le même bateau. Un bateau transporte 150 personnes, pas une de plus. Il y a 3 bateaux. On voudrait savoir comment ces groupes vont s'organiser pour monter dans les bateaux.

Documentation supplémentaire : le groupe « 1er degré maths31 » propose un énoncé sous forme de video.

Origine du problème : ERMEL « apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2 », partie « problèmes pour apprendre à chercher » Hatier p. 57

Analyse du problème : extraits du projet de brochure IRES Toulouse groupe « école » « Des procédures de résolution de problèmes, vers une progression pour apprendre à résoudre des problèmes » (publication prévue 4e trimestre 2015).

Type de problème : problème pour apprendre à chercher.

Classe du problème : problème à contraintes, ou problème où il faut déterminer parmi tous les cas possibles les cas qui pourraient être solutions.

Objectifs

- Gérer des essais, tirer parti des essais pour rectifier ;
- Vérifier en revenant à l'énoncé ;
- Anticiper s'il y a une solution (en calculant le nombre total de passagers et la capacité des trois bateaux) ;
- Anticiper en s'appuyant sur les ordres de grandeurs ;
- Exercer des compétences en calcul mental (version sans calculatrice).

Exemple de procédures

Calcul du nombre total de passagers : 440 ; capacité des bateaux : 450 ; donc tous les passagers pourront monter, il y aura en fait peu de places libres.

On a alors intérêt pour chaque groupe de grand effectif (celui de 100 et de 85) à compléter par des groupes de telle sorte qu'on soit le plus proche de 150.

Pour le groupe de 100 : il reste 50 places, on essaie de compléter soit avec celui de 50, soit avec celui de 45.

Pour le groupe de 85 : il reste 65 places, on doit compléter avec celui de 65 (celui de 70 : c'est trop, celui de 50, il reste 15 places que l'on ne peut pas compléter par un autre groupe).

On a déjà deux ébauches de répartition :

Bateau A : 100 + 45 ; bateau B : 85 + 65, on barre dans la liste les groupes déjà placés ; reste les groupes de 25, 50, 70 : cela rentre dans le troisième bateau ;

Bateau A : 100 + 50 ; bateau B : 85 + 65 ; reste les groupes de 25, 45, 70 : cela rentre dans le troisième bateau ;

Un tableau à double entrée avec les totaux de regroupement de deux groupes nous semble peu plausible.



Semaine des mathématiques 2015

Problèmes choisis par l'IRES de Toulouse



	Groupe de 25	Groupe de 45	Groupe de 50	Groupe de 65	Groupe de 70	Groupe de 85	Groupe de 100
Groupe de 25	X	70 reste 80 (possible compléter avec 70 ou 45 ou 65)	75 reste 75 (possible compléter avec 70 ou 45 ou 65)	90 reste 60 (possible compléter avec 50 ou 45)	95 reste 55 (possible compléter avec 50 ou 45)	110 reste 40 (impossible de compléter)	125 reste 25 (impossible de compléter)
Groupe de 45		X	95 (faire pareil que ci-dessus)	110	115	130	145
Groupe de 50			X	115	120	135	150
Groupe de 65				X	135	150	~~165~~
Groupe de70					X	~~155~~	~~170~~
Groupe de 85						X	~~185~~
Groupe de 100							X

Exemple possible de mise en œuvre

Recherche individuelle, échange par binôme, le rôle du PE étant d'inciter à vérifier si toutes les contraintes sont vérifiées, en particulier si tous les groupes sont sur un bateau, que les groupes ne sont pas disjoints.

Différenciation, aides

Autoriser la calculatrice pour les groupes en difficulté en calcul mental ; aider en proposant de rayer les effectifs de groupes déjà placés ; pour les plus rapides ayant trouvé une solution correcte, leur faire chercher la deuxième solution.

Mise en commun : elle porte sur les stratégies de recherche, la validation des solutions par vérification du respect des contraintes.

Synthèse : pour résoudre un problème, il est utile de :

- S'organiser quand il y a beaucoup d'informations ; noter les informations : ici 3 bateaux, la liste des effectifs des groupes, rayer au fur et à mesure lorsqu'on a placé un groupe ;
- Relire l'énoncé fréquemment pour voir si on a pris en compte toutes les informations ;
- Essayer d'anticiper s'il y a une solution ; ici en calculant l'effectif total et la capacité des bateaux ;
- Essayer de réduire le nombre d'essais à faire : ici une stratégie était de regarder comment compléter les groupes de 100 et 85 de façon à ce qu'il y ait peu de place libre.
- Complément possible (si cela n'a pas encore été fait) : en mathématiques un problème peut avoir plusieurs solutions.

B. *Problème B3 : Vais-je avoir mon tram ?*

Énoncé

À Toulouse, avenue de Muret, le tramway passe. L'avenue est très longue. Quand on sort de l'école de formation des professeurs (ÉSPÉ), qui est situé environ au milieu de l'avenue, en tournant la tête à droite, on peut voir le tramway tourner au coin de l'avenue, en tournant la tête à gauche on voit l'arrêt du tramway. Quand je sors de l'ÉSPÉ, si je vois le tramway tourner au coin de l'avenue, dois-je courir pour arriver à l'arrêt ?

Si possible, projeter le diaporama ou imprimer les photos en format A3 pour la prise en main de l'énoncé.

Pour les élèves, il va s'agir de mettre en œuvre une démarche d'investigation pour demander de l'information, décomposer le problème en étapes.

Analyse

Pour les élèves, il va s'agir de mettre en œuvre une démarche d'investigation pour demander de l'information, décomposer le problème en étapes.

Plusieurs fois on va modéliser le problème : on va supposer que le tramway roule à vitesse constante, ce qui n'est pas le cas, on va supposer que lorsqu'on marche ou court sur le trottoir l'on n'est pas gêné par le croisement de piétons (ce qui est le cas car le trottoir est étroit), on va supposer que le temps de traversée de la rue est de quelques secondes et qu'il n'y a pas de voiture. Mais on discutera de ces choix avec les élèves, en particulier par rapport à la sécurité, ne pas traverser quand il y a des voitures, etc.

Résumé sur les informations à prendre :

- Distance entre le coin de l'avenue et l'ÉSPÉ, entre l'ÉSPÉ et l'arrêt du tramway ; documentation fournie en fichier séparé 15_semaine_maths_B3b_tram_plan: plan avec échelle ;
  Réponse Googlemaps : 350 m du coin de l'avenue à la sortie de l'ÉSPÉ, 240 m de la sortie de l'ÉSPÉ à l'arrêt du tram.
- Vitesse du tram : vitesse commerciale (20 km/h), vitesse de pointe 60 km/h. ou à modéliser à partir des horaires Tisseo ligne T1web.pdf Le tram met 4 min entre l'arrêt Croix de Pierre et Fer à Cheval distants de 810 m. Sachant qu'il s'arrête environ 1 min à l'arrêt avenue de Muret Marcel Cavaillé, sa vitesse est d'environ $\frac{810 \text{ m}}{3 \text{ min}} = 270 \text{ m/min}$.

  Réponse à partir de ces données : vitesse de $270\ m/min$ *pour parcourir* $350\ m + 240\ m = 590\ m$*, soit un peu plus de 2 min (ce qui est cohérent avec l'affichage à l'arrêt, quand le tram apparaît au bout de l'avenue, un temps d'attente de 2 min est affiché).*
- Vitesse d'un piéton en marchant, en courant à petite vitesse (car sur trottoir): donnée à construire par les élèves en expérimentant.
  Données Wikipédia : vitesse de l'ordre de 1 m/s=3600 km/h.
  Réponse Googlemaps : 3 min de la sortie de l'ÉSPÉ à l'arrêt du tram, si on se fie à la vitesse du piéton sur Wikipédia, il faut 240 s, soit 4 min.
- *Réponse au problème : il faut courir car on doit doubler la vitesse d'un piéton qui marche à la vitesse de* $1\ \text{m/s}$.



Plan au 1/13000





Vue sur l'avenue de Muret en sortant de l' ÉSPÉ, vers la droite



Le tram s'engage dans l'avenue

Le tram circule dans l'avenue vers l'arrêt.



Quand le tram s'engage dans l'avenue, voilà ce qu'on voit à l'arrêt.



C. *Problème C3 : Le vélo*

Énoncé CE2-CM1

« Mon vélo a des roues de diamètre de 700 mm, le plateau du pédalier a 52 dents, le pignon arrière a 13 dents. Chaque fois que je fais un tour de pédale, de combien de tours tourne la roue arrière ? Si je fais 60 tours de pédale à la minute, quelle distance je parcours en 20 min ? »

Énoncé CM2

« Le vélo de …. (*compléter avec le nom de la maîtresse, d'un élève ayant apporté son vélo*) a un plateau du pédalier avec 52 dents, le pignon arrière a 13 dents. Chaque fois que je fais un tour de pédale, de combien de tours tourne la roue arrière ? Si je fais 60 tours de pédale à la minute, quelle distance je parcours en 20 min, en 1 h ? »

Pour les élèves, il s'agit de mettre en œuvre une démarche d'investigation pour prendre de l'information, décomposer le problème en étapes :

- Comment se transmet le mouvement du pédalier à la roue arrière ?
  Cela permettra d'envisager une solution à la première question : « Chaque fois que je fais un tour de pédale, de combien de tours tourne la roue arrière ? ». On pourra éventuellement proposer de transformer le problème en un problème d'engrenage (c'est-à-dire enlever la difficulté de la chaîne du vélo), avec un schéma.
- Quelle distance parcourt la roue arrière quand elle fait un tour ?
  En CE2-CM1, les élèves seront sollicités pour imaginer un dispositif, du type « mettre un trait de repère au sol et un bout de scotch sur la roue en positionnant le vélo de telle façon à faire coïncider les deux repères, mais faire avancer le vélo en ligne droite en faisant un tour de roue, noter par un trait au sol où se trouve le bout de scotch, mesurer la longueur ; en CM2, le diamètre étant donné, il s'agira de faire découvrir ou de réinvestir la formule de la longueur d'un cercle. Pour la faire découvrir, on pourra mener une activité spécifique avec plusieurs roues et un dispositif identique à celui des CE2-CM1.
- À chaque tour de pédalier avant, quelle est la distance parcourue ?
- En 1 min, quelle est la distance parcourue ?

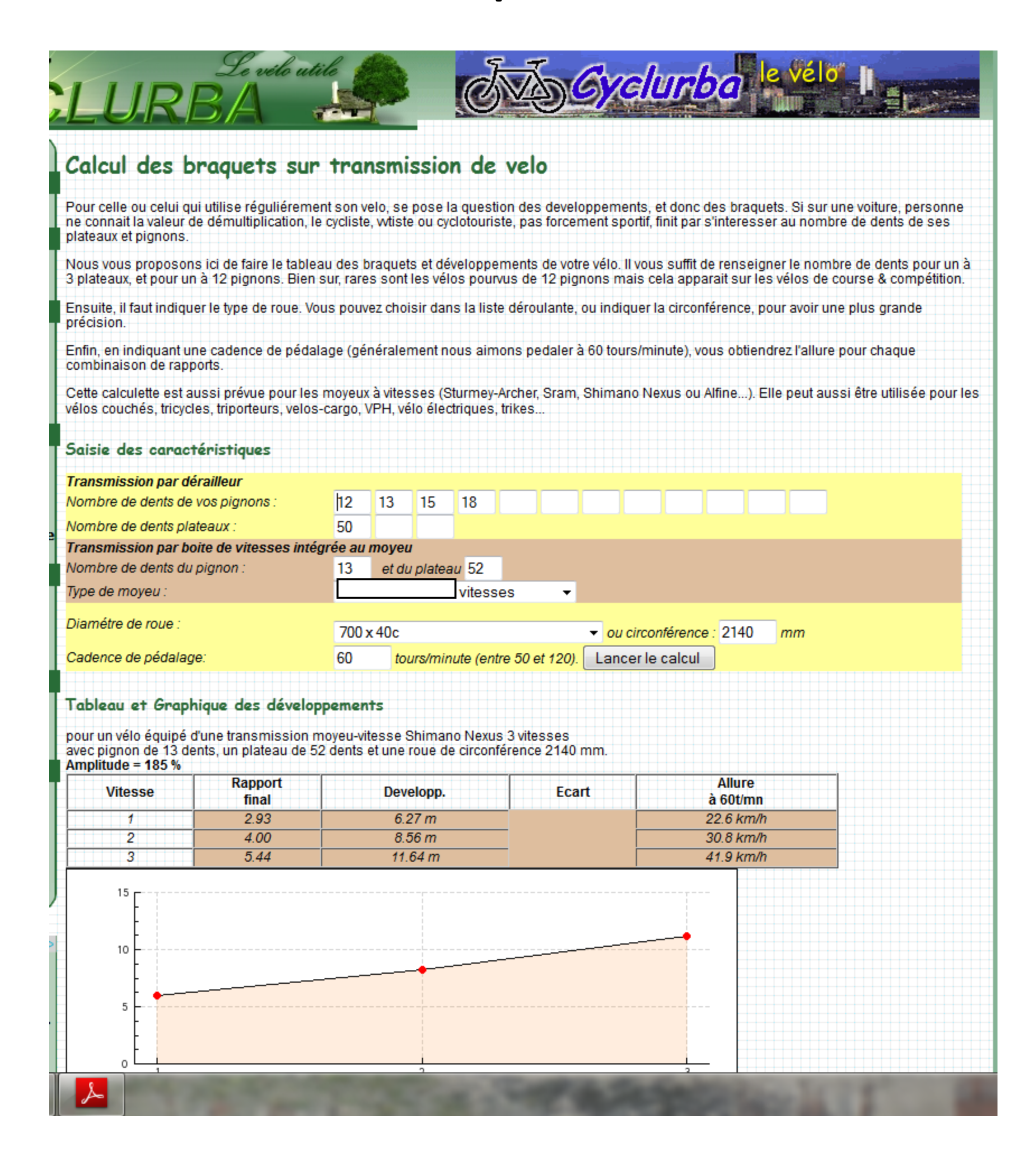
Réponse au problème

On pourra aussi effectuer une correction en utilisant des sites ayant des logiciels intégrés de calcul.

Cf. ci-dessous la copie d'écran du site cyclurba, avec la vitesse 2 (beaucoup de termes techniques).







Calcul des braquets sur transmission de velo

Pour celle ou celui qui utilise régulièrement son velo, se pose la question des developpements, et donc des braquets. Si sur une voiture, personne ne connait la valeur de démultiplication, le cycliste, vtiste ou cyclotouriste, pas forcement sportif, finit par s'interesser au nombre de dents de ses plateaux et pignons.

Nous vous proposons ici de faire le tableau des braquets et développements de votre vélo. Il vous suffit de renseigner le nombre de dents pour un à 3 plateaux, et pour un à 12 pignons. Bien sur, rares sont les vélos pourvus de 12 pignons mais cela apparait sur les vélos de course & compétition.

Ensuite, il faut indiquer le type de roue. Vous pouvez choisir dans la liste déroulante, ou indiquer la circonférence, pour avoir une plus grande précision.

Enfin, en indiquant une cadence de pédalage (généralement nous aimons pedaler à 60 tours/minute), vous obtiendrez l'allure pour chaque combinaison de rapports.

Cette calculette est aussi prévue pour les moyeux à vitesses (Sturmey-Archer, Sram, Shimano Nexus ou Alfine...). Elle peut aussi être utilisée pour les vélos couchés, tricycles, triporteurs, velos-cargo, VPH, vélo électriques, trikes...

Saisie des caractéristiques

Transmission par dérailleur

Nombre de dents de vos pignons : 12 13 15 18

Nombre de dents plateaux : 50

Transmission par boite de vitesses intégrée au moyeu

Nombre de dents du pignon : 13 *et du plateau* 52

Type de moyeu : vitesses

Diamétre de roue : 700 x 40c *ou circonférence :* 2140 *mm*

Cadence de pédalage: 60 *tours/minute (entre 50 et 120).* Lancer le calcul

Tableau et Graphique des développements

pour un vélo équipé d'une transmission moyeu-vitesse Shimano Nexus 3 vitesses
avec pignon de 13 dents, un plateau de 52 dents et une roue de circonférence 2140 mm.
Amplitude = 185 %

Vitesse	Rapport final	Developp.	Ecart	Allure à 60t/mn
1	2.93	6.27 m		22.6 km/h
2	4.00	8.56 m		30.8 km/h
3	5.44	11.64 m		41.9 km/h

D. *Problème D3 : le trajet en train*

Il s'agit d'un problème d'horaire et de durée de temps de trajet, l'énoncé est donné sous forme de dialogue entre un employé de la SNCF et un voyageur.

Énoncé

« Écoutez cette demande d'un voyageur souhaitant se rendre de Rodez à Foix et aidez-le à choisir la proposition lui permettant de passer le moins de temps dans le train. »

Fichiers sons : 

train.wma  train.mp4

Alternative : le dialogue peut être lu par l'enseignant si on ne dispose pas de moyen de lecture.

Analyse

Ce problème porte sur le calcul de durée connaissant l'instant initial et l'instant final et sur la somme de durées puisque le trajet est décomposé en deux tronçons (Rodez-Toulouse puis Toulouse-Foix). Il oblige les élèves à extraire les informations importantes du dialogue pour répondre à la question posée.

Le calcul de durées connaissant l'instant initial et l'instant final permet de mobiliser les techniques de la soustraction dans une autre base que la base 10 (recherche du complément par jalonnement, la durée de 10h26 à 12h42 peut s'obtenir en sommant les durées de 10h26 à 10h30 puis de 10h30 à 11h00 puis de 11h à 12h puis de 12h à 12h42 soit 4 min + 30 min + 1 h + 42 min, on peut aussi utiliser la technique posée de la soustraction...). La somme de durées, quant à elle, permet de revoir la technique posée de l'addition et notamment le sens des retenues.

E. *Problème E3 : les tarifs de métro-bus*

Il s'agit de prévoir ce qui est le plus économique pour effectuer divers trajets.

Énoncé 1 : « Bonjour, je fais trois déplacements aujourd'hui. Que dois-je acheter pour payer le moins cher ? »

Énoncé 2 : « Bonjour, nous sommes deux adultes avec une carte Pastel Tisseo sans abonnement avec 10 trajets déjà payés sur la carte. Nous devons emmener nos deux neveux de 11 ans et 13 ans à la gare pour leur départ en colonie de vacances, puis rentrer chez nous. Que nous conseillez-vous : est-il préférable d'utiliser nos cartes et d'acheter des tickets pour les enfants ou vaut-il mieux acheter un ticket de groupe « tribu »?»

Documentation supplémentaire pour l'énoncé 1 : le groupe « 1er degré maths31 » propose un énoncé sous forme de video.

On pourra soit faire chercher les informations aux élèves, soit leur demander de quelles informations on a besoin et leur fournir celles qui sont données en annexe.





Documentation : tarifs Tisseo

» Nos tarifs

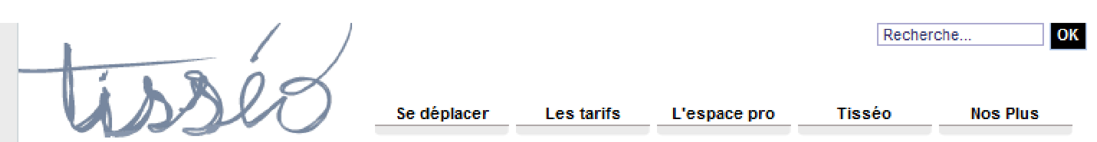
Pour choisir le titre de transport le plus adapté à votre besoin, sélectionnez votre profil et le réseau sur lequel vous souhaitez voyager.

Parmi les réseaux, vous avez le choix entre :
Réseau Tisséo : titres valables sur les lignes de métro, tram, bus et transport à la demande Tisséo, hors Navette aéroport,
Navette aéroport + réseau Tisséo : titres valables sur les lignes de métro, tram, bus et transport à la demande Tisséo, ainsi que la Navette aéroport,
Abonnements intermodaux : titres valables sur les lignes de métro, tram, bus et transport à la demande Tisséo, hors Navette aéroport, ainsi que les réseaux Arc en Ciel, TER et RRR.

Profil Pour tous **Réseau** Réseau Tisséo OK

Tickets sans carte Pastel	Prix
Pass 3 jours	10,50 €
Pass 2 jours	8,50 €
Pass Journée	5,50 €
Ticket Soirée	3,10 €
10 déplacements	13,40 €
Ticket Tribu	5,50 €
2 déplacements journée 1 personne	3,10 €
1 déplacement	1,60 €

Titres avec carte Pastel	Prix
Annuel Activéo	468 € ou 39€/mois
31 jours	46,80 €
7 jours	14,20 €
Pass 3 jours	10,50 €
Pass 2 jours	8,50 €
Pass Journée	5,50 €
Ticket Soirée	3,10 €
10 déplacements	13,40 €
2 déplacements journée 1 personne	3,10 €
1 déplacement	1,60 €



» Ticket Tribu

Prix:
5,50 €
Descriptif:

Idéal si vous vous déplacez en groupe (2 à 12 personnes voyageant ensemble), ce titre vous permet de réaliser jusqu'à 12 déplacements sur le réseau métro, tram et bus Tisséo, au cours d'une même journée (valable de la 1ère validation et jusqu'aux derniers départs).
Par exemple : un groupe de 6 personnes peut réaliser un aller-retour sur le réseau en n'utilisant qu'un seul et même ticket Tribu ; un groupe de 3 personnes peut réaliser 2 allers-retours avec un seul et même ticket.

Pratique pour se déplacer en famille ou entre amis en déposant votre voiture dans un Parc relais pour rejoindre le centre ville de Toulouse !

Où l'acheter ?
> aux distributeurs automatiques, stations de métro et de tram,
> dans les Agences Tisséo,
> chez les commerçants partenaires de Tisséo.

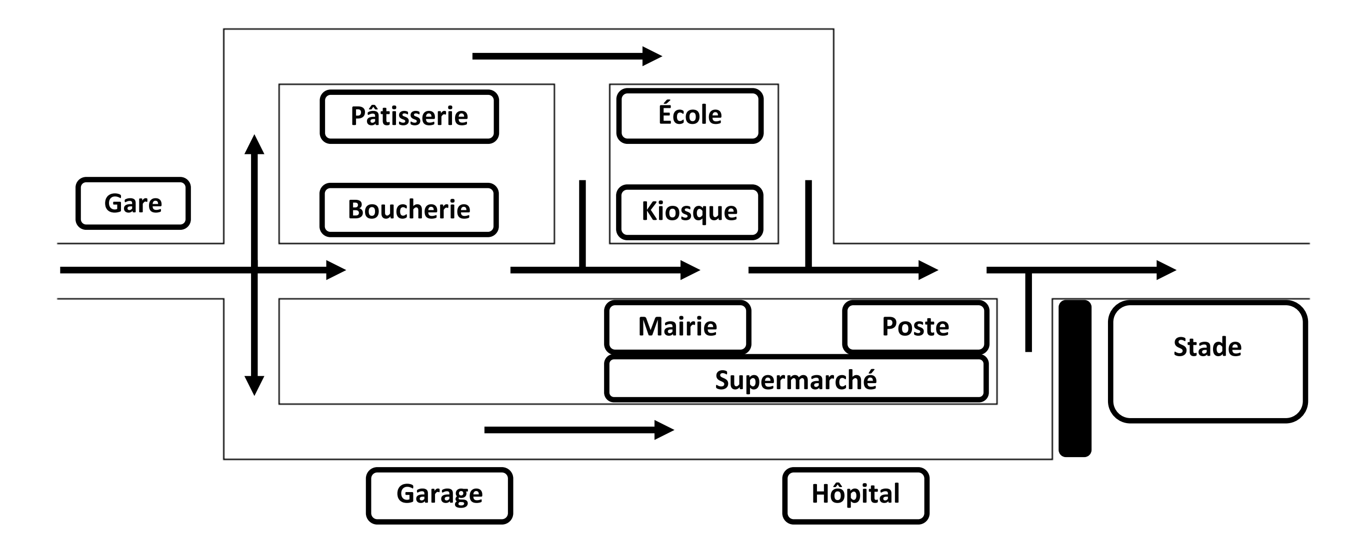
Abonnement:
Tickets sans carte Pastel

F. *Problème F3 : les trajets en bus*

Origine : GANDIT M. & MASSE-DEMONGEOT M.C. (1996, reéd. 2001), « *Le vrai et le faux au collège et au lycée* », éd. IREM de Grenoble, adaptation pour le cycle 3.

Énoncé

Un plan d'un réseau de bus simplifié est fourni, plan avec des sens uniques de circulation des bus. Diverses questions sont posées, du type « Si un bus passe devant le garage, alors il passe devant l'hôpital », permettant de mettre en œuvre des compétences logiques.



Voici ci-dessus un fragment de plan de ville représentant les différents parcours suivis par les bus permettant de se rendre de la gare au stade.

Répondre par vrai ou par faux aux différentes affirmations suivantes :

- Si un bus passe devant le garage, alors il passe devant l'hôpital.
- Si un bus passe devant la poste, alors il passe devant la mairie.
- Si un bus passe devant la mairie, alors il passe devant la poste.
- Si un bus ne passe pas devant la mairie, alors il ne passe pas devant la poste.

Analyse des questions

Elle permet de faire comprendre que l'on ne peut se mettre d'accord que si on se place dans un modèle parfaitement déterminé. Ici, l'énoncé nous indique que les bus font le trajet Gare → Stade (un bus n'a pas son terminus entre le garage et l'hôpital) et ils suivent le sens des flèches.

Elle permet d'une part, de voir ce qu'on appelle un exemple, un contre-exemple pour une conjecture donnée, d'autre part, d'énoncer la convention du Vrai et du Faux en mathématiques (il n'y a que deux réponses possibles, Vrai ou Faux, c'est ce qu'on appelle le principe du tiers exclu). Ici, on souhaite répondre à la question posée pour tous les bus circulant sur le trajet Gare → Stade. Certains vont effectivement passer devant la mairie avant de passer devant la poste (exemple). Mais d'autres vont passer devant l'école avant de passer devant la poste (contre-exemple). Un exemple ne suffit pas à déterminer le vrai dans ce contexte alors qu'un seul contre-exemple permet de répondre faux.

L'étude de cette conjecture permet de faire passer la notion de réciproque d'une implication et de montrer que la valeur de vérité de l'une est indépendante de la valeur de vérité de l'autre.

C'est l'occasion de rencontrer en situation (sans bien sûr la nommer) ce qu'on appelle la contraposée d'une implication : la contraposée d'une implication « si A alors B » est la proposition « si non B alors non A ». On montre qu'une implication et sa contraposée ont la même valeur de vérité : c'est le cas dans notre exemple des affirmations 2 et 4.

On rencontre " en actes" ces questions de logique en classe à l'école primaire.

Si on considère l'implication "si un nombre est un nombre entier alors c'est un nombre décimal", on peut s'interroger sur sa véracité, sur celle de sa réciproque. De même avec l'implication "si un quadrilatère est un rectangle alors c'est un carré" : est-elle vraie ? et sa réciproque ? et la contraposée ?

Pour aller plus loin, on pourra se reporter au document "Ressources pour les classes " du collège consacré au raisonnement et à la démonstration

(http://www.dialogue.education.fr/D0015/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration.pdf).

G. Problème G3 : être à l'heure

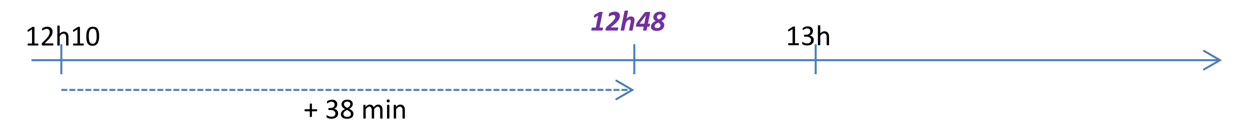
Énoncé

«Bonjour, je suis dans le bus. Pour rentrer chez moi, le bus met 38 min. À ma montre il est midi dix. J'ai rendez-vous à 13h00. Est-ce que je vais être en retard ? »

Documentation supplémentaire : le groupe « 1er degré maths31 » propose un énoncé sous forme de video.

Analyse

Ce problème renferme de nombreux implicites (comme tous les problèmes) qui doivent être pris en compte par les élèves ; suis-je dans le bus qui me ramène chez moi ? le bus aura-t-il du retard suite à un incident de parcours ? ma montre est-elle à l'heure ? ai-je-rendez-vous chez moi ?
Ce problème permet, à travers les différentes procédures, de revisiter les différentes significations de la différence (complément, reste et écart) dans un contexte de mesures de durées avec des informations concernant des instants (chronologie, grandeur repérable) et des durées (grandeur mesurable). Les procédures peuvent s'appuyer sur une représentation graphique (axe du temps) ou sur des calculs.



Je suis dans le bus, si je viens de monter dans le bus, le trajet durant 38 min, j'arriverai donc au plus tard à 12h10 + 38 min soit 12h48, donc avant 13h ; donc je ne serai pas en retard.



Pour ne pas être en retard à mon rendez-vous de 13h, il faut que je prenne le bus au plus tard à 13h – 38 min soit à 12h22 (qui peut être obtenu par pivotement – 40 min + 2 min) ; or à 12h10, je suis déjà dans le bus, donc je ne serai pas en retard.



Je suis dans le bus et il est 12h10, donc il reste 13h – 12h10 soit 50 min avant mon rendez-vous ; or le trajet dure 38 min et je suis déjà dans le bus, donc 38 min < 50 min donc je ne serai pas en retard.